

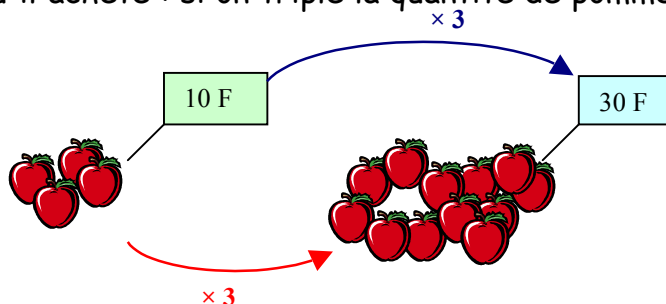
Proportionnalité

Emilien Suquet, esuquet@automaths.com

I Définitions, recherche de situation de proportionnalité

Deux grandeurs associées A et B sont proportionnelles si lorsque l'on multiplie la valeur de A par n alors la valeur de B est aussi multipliée par n .

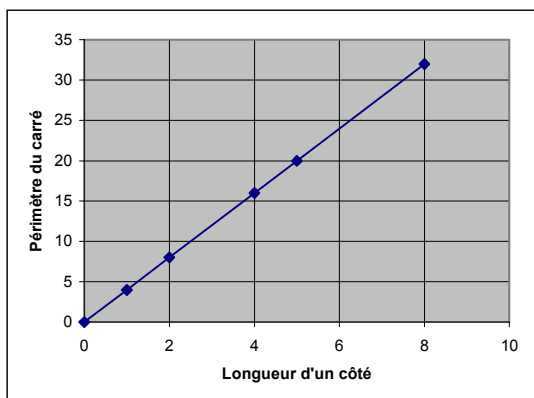
Un commerçant vend le kilo de pomme 10 F. Le prix à payer par le client est proportionnel à la quantité de pommes qu'il achète : si on triple la quantité de pommes achetée, le prix à payer triplera aussi ...



Comment déterminer que deux séries de données sont proportionnelles ?

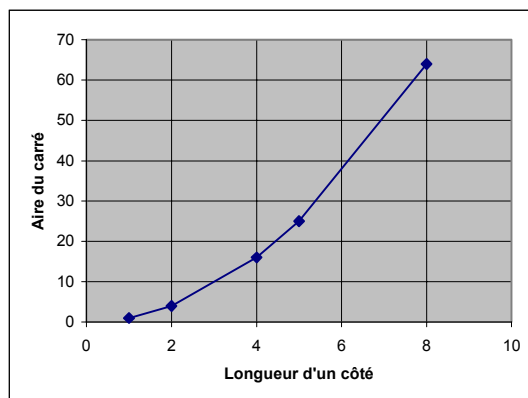
On dispose de plusieurs carrés dont on calcule le périmètre :

Longueur côté	1	2	4	5	8
Périmètre	4	8	16	20	32



On dispose de plusieurs carrés dont on calcule l'aire :

Longueur côté	1	2	4	5	8
Aire	1	4	16	25	64



Deux grandeurs sont proportionnelles si tous les points obtenus comme ci - dessus sont alignés avec l'origine.

On en déduit donc que le périmètre du carré **semble** proportionnel à la longueur de son côté mais que l'aire ne l'est pas.



On utilise le mot « semble » dans la phrase précédente car notre œil n'est pas parfait et ne peut être certain que les points sont parfaitement alignés.

Deux séries de nombres sont proportionnelles si les nombres de la seconde série s'obtiennent en multipliant les nombres de la première série par un même coefficient.

$$\frac{4}{1} = \frac{8}{2} = \frac{16}{4} = \frac{20}{5} = \frac{32}{8} = 4$$

En multipliant les nombres de la première ligne par 4 on obtient donc ceux de la seconde. Le périmètre du carré est donc proportionnel à la longueur de son côté.



$$\frac{4}{2} \neq \frac{16}{4}$$

L'aire d'un carré n'est donc pas proportionnelle à la longueur de son côté.

4 est appelé le coefficient de proportionnalité

II Détermination d'une 4^{ème} proportionnelle.

On dispose des données suivantes :

Paul a acheté 2,5 kilos de pommes pour le prix de 23,60 francs. Jean revient des courses et a payé 18,50 francs mais ne se rappelle plus la quantité qu'il a achetée.

Soit y la quantité de pommes achetée par Jean

N'oubliez pas de toujours définir les inconnues que vous utilisez.

Quantité achetée (en kg)	2,5	y
Prix payé (en F)	23,6	18,5

On a un tableau de proportionnalité donc :

$$23,6 \times y = 2,5 \times 18,5$$

$$23,6 \times y = 46,25$$

$$y = 46,25 \div 23,6$$

$$y = 1,96 \text{ à } 0,01 \text{ près}$$

Lorsque l'on fait une approximation en mathématiques, on doit toujours le signaler.

Cet argument est important, car il vous permet d'effectuer le produit en croix

N'oubliez pas de souligner votre réponse

Jean a donc acheté pour 1,96 kg à 0,01 près de pommes.

Proportionnalité : applications

Emilien Suquet, suquet@automaths.com

CALCUL DE POURCENTAGE



Un pour cent de A représente le centième de A. 1% de A est donc égal à $\frac{A}{100}$.

1% de 50 est égal à $50 \div 100 = 0,5$
1% de 234 est égal à $234 \div 100 = 2,34$

y% de A vaut $y \times \frac{A}{100}$

13% de 50 est donc égal à $13 \times \frac{50}{100} = 6,5$

150% de 234 est donc égal à $150 \times \frac{234}{100} = 351$

ECHELLES

Les grandeurs sur une carte sont proportionnelles aux grandeurs réelles.

Si l'on lit sur une carte que l'échelle est de 1/10000, cela signifie : 1 cm sur la carte correspond à 10000 centimètres dans la réalité.

Exemple 1 :

L'échelle sur la carte est 1/50000, on mesure la distance sur la carte entre deux points, elle est de 15 cm. Quelle est la distance réelle en kilomètres qui sépare les deux points A et B ?

Soit y la distance réelle entre A et B

Distance réelle (cm)	50000	y
Distance sur la carte (cm)	1	15

On a un tableau de proportionnalité donc :

$$1 \times y = 50000 \times 15$$

$$y = 750000$$

or 750000 cm font 7,5 km

La distance réelle entre les points A et B est donc de 7,5 km.

RECHERCHE D'UN POURCENTAGE

Une école comprend 960 élèves dont 365 garçons. Quel est le pourcentage de garçons dans cette école ?

Soit y le pourcentage de garçons dans l'établissement

Nombre de garçons	360	y
Nombre d'élèves	960	100

On a un tableau de proportionnalité donc :

$$960 \times y = 360 \times 100$$

$$960 \times y = 36000$$

$$y = 36000 \div 960$$

$$y = 37,5$$

Le pourcentage de garçons dans l'école est donc de 37,5 %.



Exemple 2 :

Je mesure sur une carte la distance entre A et B, elle est de 10 cm. Or je sais en réalité que la distance est de 100 km. Quelle est l'échelle de la carte ?

100 km valent 10000000 cm

Soit y la distance réelle correspondant à un centimètre sur la carte

Distance réelle (cm)	y	10000000
Distance sur la carte (cm)	1	10

On a un tableau de proportionnalité donc :

$$10 \times y = 1 \times 10000000$$

$$y = 1000000$$

L'échelle de la carte est donc : 1/1000000.

VITESSE

Si un objet se déplace à vitesse constante alors la longueur du trajet qu'il parcourt est proportionnel au temps qu'il a mis pour effectuer ce trajet. On dit alors que le **mouvement est uniforme**

Exemple :

Un train se déplace à vitesse constante et parcourt 200 km en 80 minutes. Combien de temps lui faudra-t-il pour parcourir 125 km de plus ?



Le train se déplace à vitesse constante, la distance parcourue par le train est donc proportionnelle au temps écoulé.

Soit y le temps mis par le train pour effectuer 125 km

Distance parcourue (km)	200	125
Temps écoulé (min)	80	y

On a un tableau de proportionnalité donc :

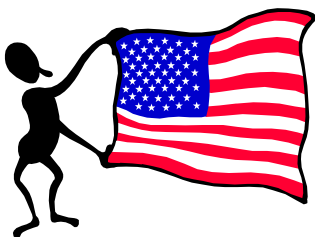
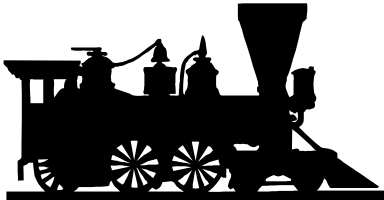
$$200 \times y = 80 \times 125$$

$$200 \times y = 10000$$

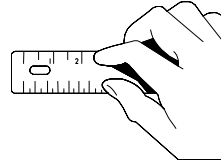
$$y = 10000 \div 200$$

$$y = 50$$

Il faudra donc 50 minutes au train pour effectuer les 125 km.



UNITES AMERICAINES

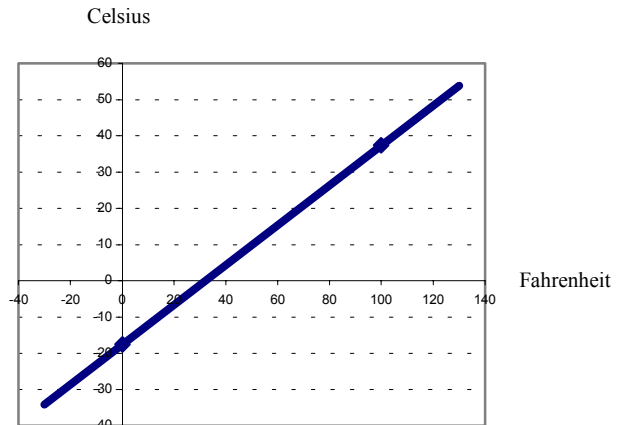


Les Américains utilisent le système impérial plutôt que le système métrique.

L'utilisation de tableau de proportionnalité peut s'avérer utile pour passer d'une unité à une autre ou pour retrouver la correspondance entre deux unités de volumes, d'aires, de distances ou de poids.



Attention, les degrés Fahrenheit ne sont pas proportionnels au degré Celsius.



La droite ne passe pas par l'origine du repère.

$$1 \text{ lb} = 0,4536 \text{ kg}$$

$$1 \text{ inch} = 2,54 \text{ cm}$$

$$1 \text{ foot} = 12 \text{ inch} = 0,3048 \text{ m}$$

$$1 \text{ mile} = 1,609 \text{ km}$$

$$1 \text{ USA fluid ounce} = 29,574 \text{ mL}$$

$$1 \text{ gallon} = 3,785 \text{ L}$$

données récupérées sur www.iagora.com