Réciproque du théorème de Pythagore

Si dans un triangle le carré de la longueur du plus grand côté est égal à la somme des carrés des deux autres côtés alors le triangle est rectangle.

La **médiatrice d'un segment** est la droite perpendiculaire à un milieu passant par son milieu.

Equidistant : à même distance de.

Médiatrice (propriétés)

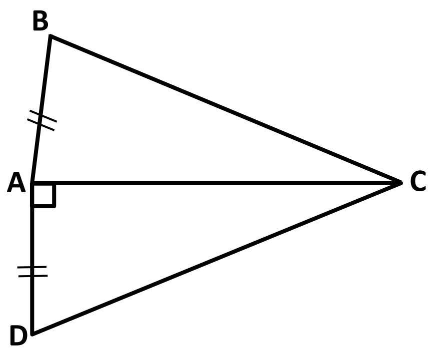
La médiatrice d'un segment est l'ensemble des points équidistants ce des extrémités.

On considère un triangle ABC tel que $BC^2 = AB^2 + AC^2$.

Le point D appartient à la perpendiculaire à la droite (AB) passant par A tel que $AB = AD$.

De plus les points B et D sont de part et d'autre de la droite (AC).

La figure ci-dessous n'est pas à l'échelle.



1) Démontrer que $CD = CB$.
2) En déduire que (AC) est la médiatrice de $[BD]$.
3) En déduire que le triangle ABC est rectangle en A.

Correction

1) Démontrer que $CD = CB$.

ABD est un triangle rectangle

D'après le théorème de Pythagore

$DC^2 = AD^2 + AC^2$

Or $AD = AB$

$CD^2 = AB^2 + AC^2$

En utilisant la donnée de la consigne,

$CD^2 = CB^2$

D'où $\boxed{CD = CB}$

2) En déduire que (AC) est la médiatrice de $[BD]$.

On a $CD = CB$, donc C est équidistant de D et B, donc C appartient à la médiatrice de $[BD]$.

On a $AD = AB$, donc A est équidistant de D et B, donc A appartient à la médiatrice de $[BD]$.

Ainsi (AC) est la médiatrice de $[BD]$.

3) En déduire que le triangle ABC est rectangle en A.

La médiatrice d'un segment est perpendiculaire à celui-ci.

(AC) est donc perpendiculaire à $[BD]$.

ABC est donc un triangle rectangle en A.