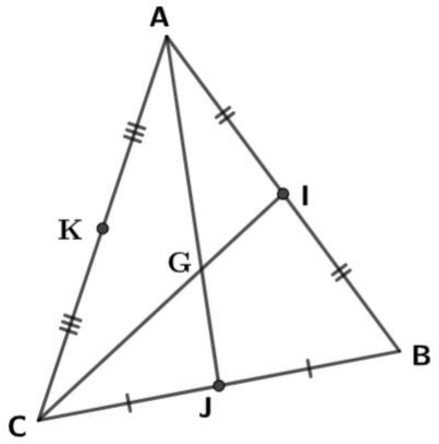
ABC est un triangle quelconque avec *I* le milieu de son coté *[AB]* et *J* le milieu de son côté *[AC]*.

Les médianes *(AJ)* et *(CI)* se coupent en *G*. *K* est le milieu de *[AC]*.

L'objectif de cette activité est de montrer que la médiane *(KB)* passe aussi par *G* et que le point *G* est situé aux deux tiers d'une médiane.



1) a) *N* est le symétrique de *G* par rapport à *I*. Placer le point sur la figure.

   b) *M* est le symétrique de *G* par rapport à *J*. Placer le point sur la figure.

2) Montrer que *ANBG* est un parallélogramme.

3) Montrer que *GBMC* est un parallélogramme.

4) Montrer que *NACM* est un parallélogramme.

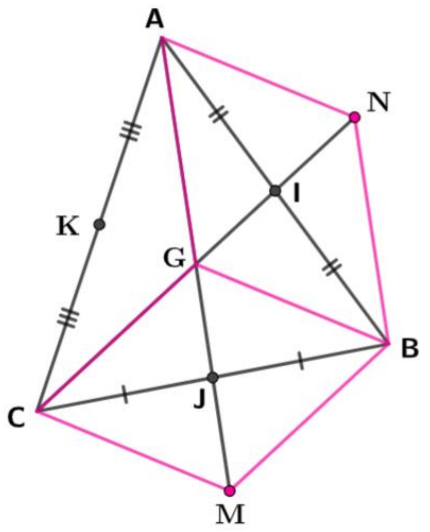
5) Montrer que $CG = 2\,GI$

6) a) Montrer que *(KG)* et *(CM)* sont parallèles.

   b) Montrer que *(BG)* et *(CM)* sont parallèles.

   c) En déduire que *G* appartient à la médiane *(KB)*.

Correction



1) a) *N* est le symétrique de *G* par rapport à *I*. Placer le point.

   b) *M* est le symétrique de *G* par rapport à *J*. Placer le point.

2) Montrer que *ANBG* est un parallélogramme.

I est le milieu de *[AB]* et de *[GN]*,

Or un quadrilatère qui a les diagonales qui se coupent en leur milieu est un parallélogramme,

Donc *ANBG* est un parallélogramme.

3) Montrer que *GBMC* est un parallélogramme.

J est le milieu de *[CB]* et de *[GM]*,

Or un quadrilatère qui a les diagonales qui se coupent en leur milieu est un parallélogramme,

Donc *GBMC* est un parallélogramme.

4) Montrer que *NACM* est un parallélogramme.

ANBG et *GBMC* est un parallélogramme

Or un parallélogramme a ses cotés opposés parallèles et de même longueur,

Donc on a d'une part $NA = BG$ et $(NA)//(BG)$ et d'autre part $BG = MC$ et $(BG)//(MC)$.

On en déduit que $NA = MC$ et $(NA)//(MC)$

Or un quadrilatère qui a deux cotés opposés parallèles et de même longueur est un parallélogramme,

Donc *NACM* est un parallélogramme.

5) Montrer que $CG = 2\ GI$

NACM est un parallélogramme,

Or les diagonales d'un parallélogramme se coupent en leur milieu,

Donc *G* est le milieu de *[AM]* et donc $CG = GN$.

De plus, $GN = 2\ GI$ donc $CG = 2\ GI$.

6) a) Montrer que *(KG)* et *(CM)* sont parallèles.

Dans le triangle *CAM*, *K* est le milieu de *[AC]* et *G* est le milieu de *[AM]*

D'après le théorème de la droite des milieux,

On a $(KG)//(CM)$.

   b) Montrer que *(BG)* et *(CM)* sont parallèles.

GBCM est un parallélogramme, donc ses côtés opposés sont parallèles et ainsi $(BG)//(CM)$.

   c) En déduire que *G* appartient à la médiane *(KB)*.

On a $(KG)//(CM)$ et $(BG)//(CM)$

Or si deux droites sont parallèles, toute parallèle à l'une est parallèle à l'autre

Donc $(KG)//\ (BG)$

Les deux droites ont un point commun donc *G*, *K* et *B* sont alignés.

G appartient donc à la médiane *(KB)*.