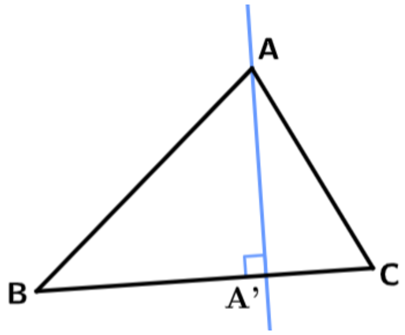
ABC est un triangle quelconque et *A'* est le pied de la hauteur issue de *A*.



1) Tracer la droite *(d)* parallèle à [BC] passant par *A*.

   Tracer la droite *(Δ)* parallèle à [AC] passant par *B*. Elle coupe *(d)* en un point *D*.

   Tracer la droite *(β)* parallèle à [AB] passant par *C*. Elle coupe *(d)* en un point *E* et *(Δ)* en *F*.

2) a) Montrer que *ABCE* et *ADBC* sont des parallélogrammes.

   b) En déduire que $AD = AE$.

   c) En déduire que *A* est le milieu de *[DE]*.

3) Montrer que *(AH)* est la médiatrice de *[DE]*.

4) a) Soit *B'* le pied de la hauteur issue de *B*. Placer ce point et tracer cette hauteur.

   b) Sans justifier, dire de quel segment cette hauteur *(BB')* est la médiatrice.

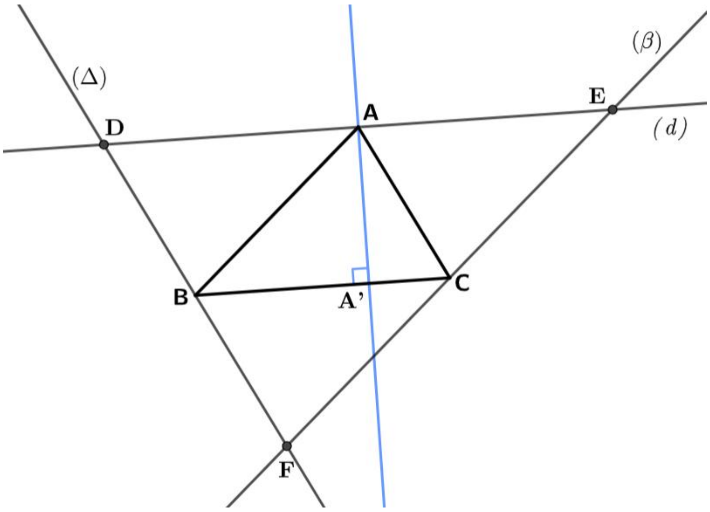
5) a) Soit *C'* le pied de la hauteur issue de *C*. Placer ce point et tracer cette hauteur.

   b) Sans justifier, dire de quel segment cette hauteur *(CC')* est la médiatrice.

6) Montrer que les trois hauteurs du triangle *ABC* sont concourantes.

Correction

1) Tracer la droite *(d)* parallèle à [BC] passant par *A*. Tracer la droite *(Δ)* parallèle à [AC] passant par *B*. Elle coupe *(d)* en un point *D*. Tracer la droite *(β)* parallèle à [AB] passant par *C*. Elle coupe *(d)* en un point *E* et *(Δ)* en *F*.



2) a) Montrer que *ABCE* et *ADBC* sont des parallélogrammes.

Par construction, on a *(AE)//(BC)* et *(AB)//(EC),*

Or un quadrilatère qui a ses côtés opposés parallèles est un parallélogramme,

Donc *ABCE* est un parallélogramme.

Par construction, on a *(AD)//(BC)* et *(DB)//(AC),*

Or un quadrilatère qui a ses côtés opposés parallèles est un parallélogramme,

Donc *ADBC* est un parallélogramme.

b) En déduire que *AD* = *AE*.

ABCE et *ADBC* sont des parallélogrammes,

Or les cotés opposés d'un parallélogramme sont de même longueur,

Donc *AD* = *CB* et *AE* = *CB*,

D'où *AD* = *AE*.

c) En déduire que *A* est le milieu de *[DE]*.

Les points A, D et E sont alignés car il appartient à la droite (d) et AD = AE

Donc *A* est le milieu de *[DE]*.

3) Montrer que *(AH)* est la médiatrice de *[DE]*.

On a *(DE)//(BC)* et *(AA')⊥(BC),*

Or si deux droites sont parallèles, toute perpendiculaire à l'une est perpendiculaire à l'autre,

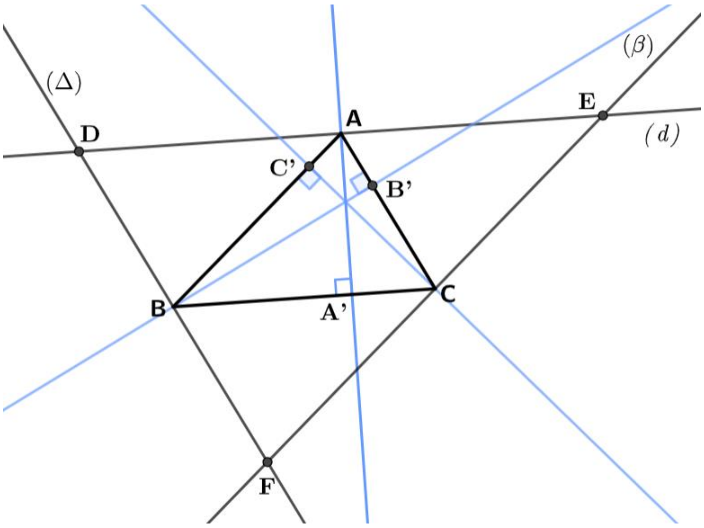
Donc *(AA')⊥(DE).*

De plus *A* est le milieu de *[DE].*

Or la droite perpendiculaire à un segment passant par son milieu est sa médiatrice

Donc *(AH)* est la médiatrice de *[DE]*.

4) a) Soit *B'* le pied de la hauteur issue de *B*.
Placer ce point et tracer cette hauteur.
b) Sans justifier, dire de quel segment cette hauteur *(BB')* est la médiatrice.
C'est la médiatrice de *[DF]*.



5) a) Soit *C'* le pied de la hauteur issue de *C*.
Placer ce point et tracer cette hauteur.
b) Sans justifier, dire de quel segment cette hauteur *(CC')* est la médiatrice.
C'est la médiatrice de *[EF]*.

6) Montrer que les trois hauteurs du triangle *ABC* sont concourantes.
(AA'), (BB') et (CC') sont les médiatrices des côtés du triangle *DEF*.
Or les médiatrices d'un triangle sont concourantes.
Donc <u>*(AA'), (BB') et (CC')* sont concourantes</u>.

\