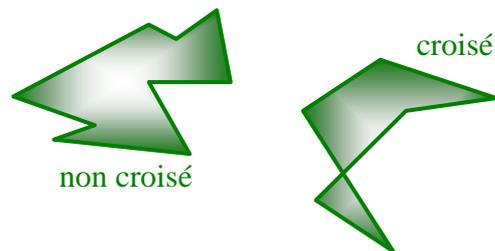


# POLYGONES REGULIERS

Emilien Suquet, suquet@automaths.com

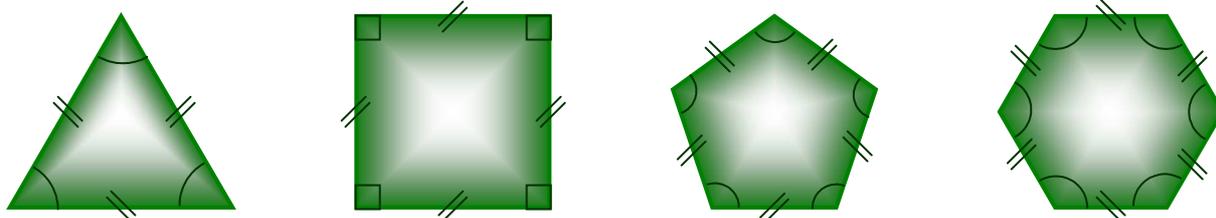
Un **polygone** est une figure fermée à plusieurs cotés.

Remarque : en grec, *polus* signifie "plusieurs" et *gônia* "angle"



On dit qu'un polygone est **croisé** si deux cotés non consécutifs ont une intersection.

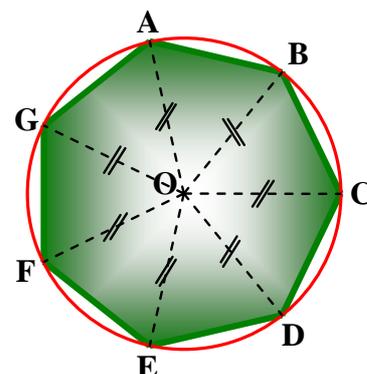
Un polygone est **régulier** si tous ses cotés sont de la même longueur et si tous les angles formés par deux cotés consécutifs sont de même mesure.



Remarques : Un polygone régulier à trois cotés est un triangle équilatéral.  
Un polygone régulier à quatre cotés est un carré.

Si un polygone est **régulier** alors il est **inscritible dans un cercle**.

Remarque : la réciproque est fautive. Un triangle quelconque est toujours inscrit dans un cercle et pourtant il n'est pas forcément régulier.



Le centre du cercle circonscrit à un polygone régulier est aussi appelé **centre du polygone**.

**A et B sont deux sommets consécutifs d'un polygone régulier de centre O**  
**B est alors l'image du point A par une rotation de centre O et d'angle  $\frac{360}{n}$ . On a donc  $\widehat{AOB} = \frac{360}{n}$ .**

Démonstration : fait en activité

Remarques :

- Ce dernier théorème permet donc de construire n'importe quel polygone régulier dont on connaît le centre et un sommet.
- Pour un hexagone régulier ABCDEF, on a  $\widehat{AOB} = \frac{360}{6} = 60$ . On peut déduire rapidement que AOB est alors un triangle équilatéral et donc que  $AO = AB$ .  
La longueur d'un côté d'un hexagone régulier est donc égale à la longueur du rayon du cercle dans lequel il est inscrit.

Une **pyramide régulière** est une pyramide dont la base est un polygone régulier et dont la hauteur passe par le centre de ce polygone.

Les faces latérales d'une pyramide régulière sont des triangles isocèles superposables

**Exercice type :**

ABCDEFGH est un octogone régulier de centre O.  
Calculer  $\widehat{ABC}$  (angle entre deux cotés consécutif)

**Solution :**

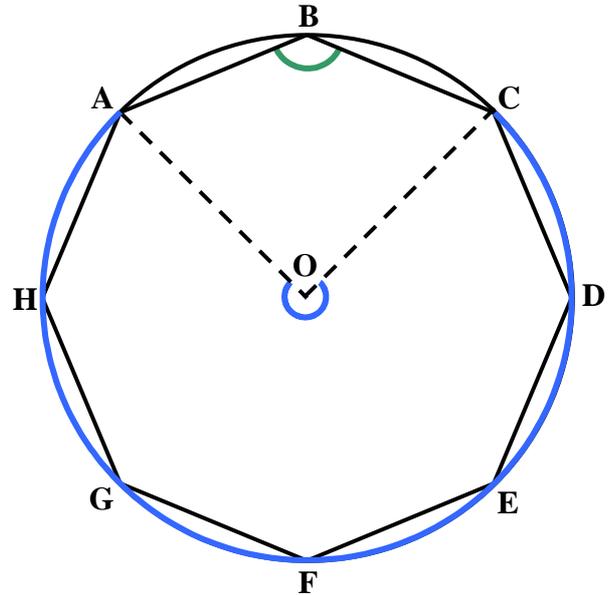
ABCDEFGH est un polygone régulier

$$\text{Donc } \widehat{AOC} = 6 \times \widehat{COD} = 6 \times \frac{360}{8} = 270$$

L'angle  $\widehat{ABC}$ , inscrit dans le cercle de centre O, intercepte le même arc que l'angle au centre  $\widehat{AOC}$ .

$$\text{On a donc } \widehat{ABC} = \frac{\widehat{AOC}}{2} = \frac{270}{2}$$

$$\widehat{ABC} = 135$$

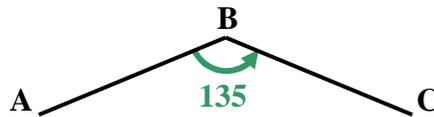


Remarque : en trouvant l'angle formé par deux cotés consécutifs d'un polygone régulier, on se donne les moyens de construire ce polygone en ne connaissant qu'un seul de ses cotés.

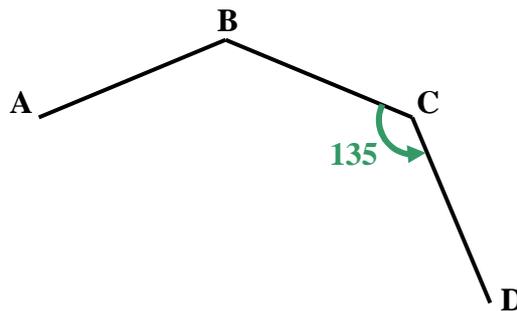
En reprenant l'octogone précédent ; imaginons qu'on nous donne que le coté [AB] :



On obtient alors C comme image du point A par une rotation de centre B d'angle 135 degré dans le sens que l'on souhaite :



On obtient D comme image du point B par une rotation de centre C d'angle 135 dans le même sens que la rotation précédente :



Et ainsi de suite...