2021 2022 – Test 2 – Second Degré – 1ère Spécialité Maths

- Donner la forme factorisée d'un polynôme du second degré
- Déterminer le signe d'un polynôme du second degré
- Résoudre une inéquation du second degré
- Résoudre une inéquation à l'aide d'un tableau de signes

1) Donner la forme factorisée des polynômes du second degré suivant si cela est possible : **(3 points)**

$$f(x) = 6x^2 - 10x - 4 \text{ et } g(x) = -18x^2 + 60x - 50$$

2) Etudier le signe du polynôme du second degré suivant : **(1 point)**

$$h(x) = 3x^2 - 8x + 7$$

3) Résoudre les deux inéquations suivantes : **(3 points)**

$$7x^2 + x - 5 < 0$$

$$12x^2 + 60x + 75 \leq 0$$

4) Résoudre l'inéquation suivante : **(3 points)**

$$\frac{5x^2 - 3x - 2}{4x - 3} > 0$$

1) Donner la forme factorisée des polynômes du second degré suivant si cela est possible :

$$f(x) = 6x^2 - 10x - 4$$

On pose $a = 6, b = -10$ et $c = -4$

On a donc $\Delta = b^2 - 4ac = (-10)^2 - 4 \times 6 \times (-4) = 100 + 96 = 196 > 0$

Le polynôme a donc deux racines distinctes :

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{10 + \sqrt{196}}{12} = 2 \quad \text{et} \quad x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{10 - \sqrt{196}}{12} = \frac{-1}{3}$$

On a donc : $\boxed{f(x) = 6(x - 2)\left(x + \frac{1}{3}\right)}$

$$g(x) = -18x^2 + 60x - 50$$

On pose $a = -18, b = 60$ et $c = -50$

On a donc $\Delta = b^2 - 4ac = 60^2 - 4 \times (-18) \times (-50) = 0$

Le polynôme a donc une racine :

$$x_0 = \frac{-b}{2a} = \frac{-60}{-36} = \frac{5}{3}$$

On a donc : $\boxed{g(x) = -18\left(x - \frac{5}{3}\right)^2}$

2) Etudier le signe du polynôme du second degré suivant $h(x) = 3x^2 - 8x + 7$

On pose $a = 3, b = -8$ et $c = 7$

On a donc $\Delta = b^2 - 4ac = (-8)^2 - 4 \times 3 \times 7 = 64 - 84 = -20 < 0$

Le polynôme est donc du signe de $a = 3 > 0$

x	$-\infty$		$+\infty$
$h(x)$		$+$	

3) Résoudre les deux inéquations suivantes : $7x^2 + x - 5 < 0$

On pose $a = 7, b = 1$ et $c = -5$

On a donc $\Delta = b^2 - 4ac = 1^2 - 4 \times 7 \times (-5) = 141 > 0$

Le polynôme est donc du signe de $a = 7 > 0$ sauf entre ses deux racines :

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-1 + \sqrt{141}}{14} \approx 0{,}78 \quad \text{et} \quad x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-1 - \sqrt{141}}{14} \approx -0{,}92$$

x	$-\infty$		x_2		x_1		$+\infty$
$7x^2 + x - 5$		$+$	0	$-$	0	$+$	

$$\boxed{S = \left]\frac{-1 - \sqrt{141}}{14} ; \frac{-1 + \sqrt{141}}{14}\right[}$$

$$12x^2 + 60x + 75 \leq 0$$

On pose $a = 12, b = 60$ et $c = 75$

On a donc $\Delta = b^2 - 4ac = 60^2 - 4 \times 12 \times 75 = 0$

Le polynôme est donc du signe de $a = 12 > 0$ s'annulant en :

$x_0 = \frac{-b}{2a} = \frac{-60}{24} = \frac{-5}{2}$

x	$-\infty$		$\frac{-5}{2}$		$+\infty$
$12x^2 + 60x + 75$		$+$	0	$+$	

$\boxed{S = \left\{\frac{-5}{2}\right\}}$

4) Résoudre l'inéquation suivante :

$$\frac{5x^2 - 3x - 2}{4x - 3} > 0$$

<u>Etude du signe de $5x^2 - 3x - 2$</u>

On a donc $\Delta = (-3)^2 - 4 \times 5 \times (-2) = 49 > 0$

Le polynôme est donc du signe de $a = 5 > 0$ sauf entre ses deux racines :

$x_1 = \frac{3 + \sqrt{49}}{10} = 1$ et $x_2 = \frac{3 - \sqrt{49}}{10} = \frac{-2}{5}$

<u>Etude du signe de $4x - 3$</u>

$4x - 3 = 0$

$x = \frac{3}{4}$

<u>On obtient ainsi :</u>

x	$-\infty$		$\frac{-2}{5}$		$\frac{3}{4}$		1		$+\infty$
$5x^2 - 3x - 2$		$+$	0	$-$		$-$	0	$+$	
$4x - 3$		$-$		$-$	0	$+$		$+$	
$\frac{5x^2 - 3x - 2}{4x - 3}$		$-$	0	$+$	$\parallel$	$-$	0	$+$	

$\boxed{S = \left]\frac{-2}{5}; \frac{3}{4}\right[\cup \left]1; +\infty\right[}$