2021 2022 – Test 1 – Second Degré – 1ère Spécialité Maths

- Donner la forme canonique d'un polynôme du second degré
- Déterminer les variations d'un polynôme du second degré
- Résoudre une équation du second degré écrite sous la forme $ax^2 + bx + c = 0$
- Déterminer une racine évidente d'un polynôme du second degré
- Résoudre une équation du second degré à l'aide d'une racine évidente

1) Donner la forme canonique du polynôme du second degré suivant : **(2 points)**

$$h(x) = -5x^2 + 9x + 1$$

2) Déterminez le sens de variation du polynôme du second degré suivant : **(2 points)**

$$k(x) = 3x^2 - 8x + 1$$

3) Résoudre les équations suivantes : **(3 points)**

$$4x^2 - 2x + 3 = 0$$

$$7x^2 - 4x - 10 = 0$$

$$-9x^2 - 30x + 25 = 0$$

4) a) Montrer que (-3) est solution de l'équation $2x^2 + 7x + 3 = 0$ **(1 point)**

b) Sans calculer de discriminant, trouver la seconde solution de l'équation précédente. **(2 points)**

2021 202 – Test – Second Degré – 1ère Spécialité Maths – Correction

1) Donner la forme canonique du polynôme du second degré suivant : $h(x) = -5x^2 + 9x + 1$

On pose $a = -5, b = 9$ et $c = 1$

$$\alpha = \frac{-b}{2a} = \frac{-9}{-10} = \frac{9}{10}$$

$$\beta = f(\alpha) = f\left(\frac{9}{10}\right) = \frac{101}{20}$$

La forme canonique de f est donc : $\boxed{f(x) = -5\left(x - \frac{9}{10}\right)^2 + \frac{101}{20}}$

2) Déterminez le sens de variation du polynôme du second degré suivant : $k(x) = 3x^2 - 8x + 1$

On pose $a = 3, b = -8$ et $c = -1$

$$\alpha = \frac{-b}{2a} = \frac{8}{6} = \frac{4}{3}$$

$$\beta = f(\alpha) = f\left(\frac{4}{3}\right) = \frac{-13}{3}$$

Comme $a > 0$, on obtient donc le tableau de variation suivant :

x	$-\infty$	$\frac{4}{3}$	$+\infty$
$f(x)$	$\searrow$	$\frac{-13}{3}$	$\nearrow$

3) Résoudre les équations suivantes :

$$4x^2 - 2x + 3 = 0$$

On pose $a = 4, b = -2$ et $c = 3$.

On a donc $\Delta = b^2 - 4ac = (-2)^2 - 4 \times 4 \times 3 = 4 - 48 = -44 < 0$

L'équation n'a donc pas de solution

$\boxed{S = \emptyset}$

$$7x^2 - 4x - 10 = 0$$

On pose $a = 7, b = -4$ et $c = -10$.

On a donc $\Delta = b^2 - 4ac = (-4)^2 - 4 \times 7 \times (-10) = 16 + 280 = 296 > 0$

Le polynôme a donc deux racines distinctes :

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{4 + \sqrt{296}}{14} \quad \text{et} \quad x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{4 - \sqrt{296}}{14}$$

$$\boxed{S = \left\{\frac{2 - \sqrt{74}}{7}, \frac{2 + \sqrt{74}}{7}\right\}}$$

$$-9x^2 - 30x + 25 = 0$$

On pose $a = -9, b = -30$ et $c = 25$.

On a donc $\Delta = b^2 - 4ac = (-30)^2 - 4 \times (-9) \times 25 = 1800 > 0$

Le polynôme a donc deux racines distinctes :

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{30 + \sqrt{1800}}{-18} \quad \text{et} \quad x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{30 - \sqrt{1800}}{-18}$$

$$\boxed{S = \left\{\frac{-5 - 5\sqrt{2}}{3}, \frac{-5 + 5\sqrt{2}}{3}\right\}}$$

4) a) Montrer que (-3) est solution de l'équation $2x^2 + 7x + 3 = 0$

$2(-3)^2 + 7 \times (-3) + 3 = 18 - 21 + 3 = 0$

Donc $x_1 = (-3)$ est solution de l'équation.

b) Sans calculer de discriminant, trouver la seconde solution de l'équation précédente.

Soit x_2 une autre solution éventuelle.

$$x_1 \times x_2 = \frac{3}{2}$$

$$(-3) \times x_2 = \frac{3}{2}$$

$$\boxed{x_2 = \frac{-1}{2}}$$