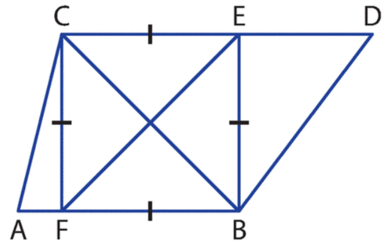
2020 2021 – Test Produit Scalaire – Première – Spécialité Mathématiques

- Calculer un produit scalaire en utilisant une projection orthogonale
- Calculer un produit scalaire à l'aide de la formule du cosinus
- Calculer un produit scalaire dans un repère orthonormé
- Utiliser les propriétés du produit scalaire

<u>Exercice 1</u> (4 points)



On considère un carré CEBF tel que CE = 3.

On a, de plus, ED = 3 et AF = 1. Calculez les produits scalaires suivants :

$\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AE} =$

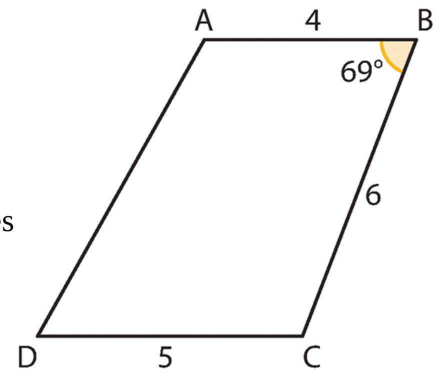
$\overrightarrow{CE}.\overrightarrow{BA} =$

$\overrightarrow{DF}.\overrightarrow{FC} =$

$\overrightarrow{FA}.\overrightarrow{CE} =$

$\overrightarrow{BC}.\overrightarrow{FE} =$

<u>Exercice 2</u> (2 points)



On donne la figure ci-contre.

Calculez le produit scalaire suivant en donnant le résultat arrondi à 0,01 près

$\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{BC} =$

<u>Exercice 3</u> (2 points)

Dans un repère orthonormé, on donne $\vec{u}\begin{pmatrix}-2\\5\end{pmatrix}$, $\vec{v}\begin{pmatrix}-4\\1\end{pmatrix}$, $A\begin{pmatrix}-2\\3\end{pmatrix}$, $B\begin{pmatrix}2\\7\end{pmatrix}$ et $C\begin{pmatrix}-1\\5\end{pmatrix}$

Calculez le produit scalaire suivant : $\vec{u}.\vec{v} =$

Le triangle ABC est-il rectangle en B ?

<u>Exercice 4</u> (2 points)

Soit les vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ orthogonaux et tels que $\|\vec{u}\| = a$ et $\|\vec{v}\| = b$

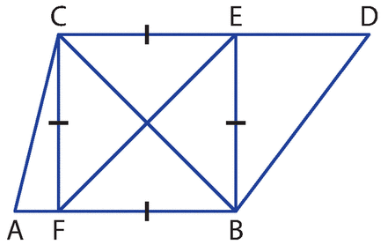
Exprimez en fonction de a et b les produits scalaires suivants :

$(\vec{v} - 5\vec{u}).\vec{u} =$

$(\vec{u} + \vec{v})^2 =$

\

2020 2021 – Test Produit Scalaire – Première – Spécialité Mathématiques - Correction



Exercice 1 **(4 points)**

On considère un carré CEBF tel que CE = 3.

On a, de plus, ED = 3 et AF = 1. Calculez les produits scalaires suivants :

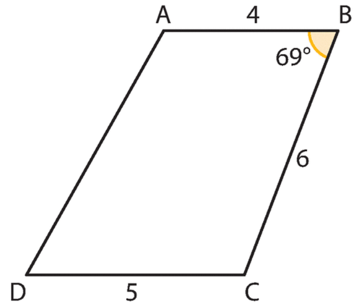
$\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AE} = \overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AB} = AB \times AB = \boxed{16}$ (En projetant $\overrightarrow{AE}$ sur $\overrightarrow{AB}$)

$\overrightarrow{CE}.\overrightarrow{BA} = -CE \times BA = -3 \times 4 = \boxed{-12}$

$\overrightarrow{DF}.\overrightarrow{FC} = \overrightarrow{CF}.\overrightarrow{FC} = -CF \times FC = \boxed{-9}$ (En projetant $\overrightarrow{DF}$ sur $\overrightarrow{FC}$)

$\overrightarrow{FA}.\overrightarrow{CE} = -FA \times CE = -1 \times 3 = \boxed{-3}$

$\overrightarrow{BC}.\overrightarrow{FE} = \boxed{0}$



Exercice 2 **(2 points)**

On donne la figure ci-contre.

Calculez le produit scalaire suivant en donnant le résultat arrondi à 0,01 près

$\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{BC} = -\overrightarrow{BA}.\overrightarrow{BC} = -BA \times BC \times cos\left(\widehat{ABC}\right) = -4 \times 6 \times cos(69) \approx \boxed{-8{,}60 \text{ à } 0{,}01 \text{ près}}$

Exercice 3 **(2 points)**

Dans un repère orthonormé, on donne $\vec{u}\begin{pmatrix}-2\\5\end{pmatrix}$, $\vec{v}\begin{pmatrix}-4\\1\end{pmatrix}$, $A\begin{pmatrix}-2\\3\end{pmatrix}$, $B\begin{pmatrix}2\\7\end{pmatrix}$ et $C\begin{pmatrix}-1\\5\end{pmatrix}$

Calculez le produit scalaire suivant : $\vec{u}.\vec{v} = -2 \times (-4) + 5 \times 1 = 8 + 5 = \boxed{13}$

Le triangle ABC est-il rectangle en B ?

$$\overrightarrow{BA}.\overrightarrow{BC} = \begin{pmatrix}x_A - x_B\\y_A - y_B\end{pmatrix}.\begin{pmatrix}x_C - x_B\\y_C - y_B\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}-2-2\\3-7\end{pmatrix}.\begin{pmatrix}-1-2\\5-7\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}-4\\-4\end{pmatrix}.\begin{pmatrix}-3\\-2\end{pmatrix} = 12 + 8 = 20 \neq 0$$

Donc ABC n'est pas un triangle rectangle en B.

Exercice 4 **(2 points)**

Soit les vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ orthogonaux et tels que $\|\vec{u}\| = a$ et $\|\vec{v}\| = b$

Exprimez en fonction de a et b les produits scalaires suivants :

$(\vec{v} - 5\vec{u}).\vec{u} = \vec{v}.\vec{u} - 5\vec{u}^2 = 0 - 5\|\vec{u}\|^2 = \boxed{-5a^2}$

$(\vec{u} + \vec{v})^2 = \vec{u}^2 + 2\vec{u}.\vec{v} + \vec{v}^2 = \|\vec{u}\|^2 - 0 + \|\vec{v}\|^2 = \boxed{a^2 + b^2}$