2021 2022 – Test 2 – Etudes de variations – Première – Spécialité Mathématiques

Compétences vérifiées :

- Etudier les variations d'un polynôme du troisième degré
- Etudier les variations d'un quotient de deux fonctions affines
- Etudier les variations du produit d'un polynôme par la fonction racine carrée

<u>Exercice 1</u> (5 points)

Déterminer le tableau de variations des deux fonctions suivantes définies sur $\mathbb{R}$ en indiquant les valeurs des éventuels extremums :

$$f(x) = -x^3 + 2x^2 + 4x - 5$$

$$g(x) = 2x^3 - 3x^2 + 5x + 3$$

<u>Exercice 2</u> (2,5 points)

Déterminer le tableau de variations de la fonction suivante définie sur $\mathbb{R}\backslash\{-2\}$

$$h(x) = \frac{2x + 7}{3x + 6}$$

<u>Exercice 3</u> (2,5 points)

Déterminer le tableau de variations de la fonction suivante définie sur $[0; +\infty[$

$$k(x) = (2x + 3)\sqrt{x}$$

2021 2022 – Test 2 – Etudes de variations – Première – Spécialité Mathématiques - Correction

Exercice 1 (5 points)

$f'(x) = -3x^2 + 4x + 4$

On pose $a = -3, b = 4$ et $c = 4$. On a donc $\Delta = b^2 - 4ac = 4^2 - 4 \times (-3) \times 4 = 16 + 48 = 64 > 0$

Le polynôme a donc deux racines distinctes :

$$x_1 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-4+\sqrt{64}}{-6} = \frac{-2}{3} \qquad \text{et} \qquad x_2 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-4-\sqrt{64}}{-6} = 2$$

Le polynôme est du signe a sauf entre ses deux racines.

x	$-\infty$		$\frac{-2}{3}$		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$		$\searrow$	$\frac{-175}{27}$	$\nearrow$	3	$\searrow$	

$g'(x) = 6x^2 - 6x + 5$

On pose $a = 6, b = -6$ et $c = 5$. D'où $\Delta = b^2 - 4ac = (-6)^2 - 4 \times 6 \times 5 = 36 - 120 = -84 < 0$

Le polynôme est donc du signe de a.

x	$-\infty$		$+\infty$
$g'(x)$		$+$	
$g(x)$		$\nearrow$	

.

Exercice 2 (2,5 points)

On pose : $u(x) = 2x + 7$ $\quad u'(x) = 2$ $\quad v(x) = 3x + 6$ $\quad v'(x) = 3$

$$h'(x) = \frac{u'(x)v(x) - u(x)v'(x)}{v(x)^2} = \frac{2(3x+6) - (2x+7) \times 3}{(3x+6)^2} = \frac{6x + 12 - 6x - 21}{(3x+6)^2} = \frac{-9}{(3x+6)^2}$$

x	$-\infty$		-2		$+\infty$
$h'(x)$		$-$	$\Vert$	$-$	
$h(x)$		$\searrow$	$\Vert$	$\searrow$	

Exercice 3 (2,5 points)

On pose : $u(x) = 2x + 3$ $\quad u'(x) = 2$ $\quad v(x) = \sqrt{x}$ $\quad v'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}}$

$$h'(x) = u'(x)v(x) + u(x)v'(x) = 2\sqrt{x} + (2x+3)\frac{1}{2\sqrt{x}} > 0 \text{ car } x \geq 0$$

x	0		$+\infty$
$h'(x)$		$+$	
$h(x)$	0	$\nearrow$	