2021 2022 – Test 1 – Etudes de variations – Première – Spécialité Mathématiques

Compétences vérifiées :

- Etudier les variations d'un polynôme du troisième degré
- Etudier les variations d'un quotient de deux fonctions affines
- Etudier les variations du produit d'un polynôme par la fonction racine carrée

Exercice 1 (5 points)

Déterminer le tableau de variations des deux fonctions suivantes définies sur $\mathbb{R}$ en indiquant les valeurs des éventuels extremums :

$$f(x) = -5x^3 - 7x^2 + x - 5$$

$$g(x) = 4x^3 - x^2 + 3x + 1$$

Exercice 2 (2,5 points)

Déterminer le tableau de variations de la fonction suivante définie sur $\mathbb{R}\backslash\{4\}$

$$h(x) = \frac{4x+1}{2x-8}$$

Exercice 3 (2,5 points)

Déterminer le tableau de variations de la fonction suivante définie sur $[0; +\infty[$

$$k(x) = (5x+1)\sqrt{x}$$

2021 2022 – Test 1 – Etudes de variations – Première – Spécialité Mathématiques - Correction

<u>Exercice 1</u> (5 points)

$f'(x) = -15x^2 - 14x + 1$

On pose $a = -15, b = -14$ et $c = 1$ et donc $\Delta = b^2 - 4ac = (-14)^2 - 4 \times (-15) \times 1 = 256 > 0$

Le polynôme a donc deux racines distinctes :

$$x_1 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{14+\sqrt{256}}{-30} = \frac{30}{-30} = -1 \quad \text{et} \quad x_2 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{14-\sqrt{256}}{-30} = \frac{-2}{-30} = \frac{1}{15}$$

Le polynôme est du signe a sauf entre ses deux racines.

x	$-\infty$		-1		$\frac{1}{15}$		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$		$\searrow$	-8	$\nearrow$	$\frac{-3352}{675}$	$\searrow$	

$g'(x) = 12x^2 - 2x + 3$

On pose $a = 12, b = -2$ et $c = 3$. D'où $\Delta = b^2 - 4ac = (-2)^2 - 4 \times 12 \times 3 = 4 - 144 = -144 < 0$

Le polynôme est donc du signe de a.

x	$-\infty$		$+\infty$
$g'(x)$		$+$	
$g(x)$		$\nearrow$	

<u>Exercice 2</u> (2,5 points)

On pose : $u(x) = 4x + 1$ $\quad u'(x) = 4$ $\quad v(x) = 2x - 8$ $\quad v'(x) = 2$

$$h'(x) = \frac{u'(x)v(x) - u(x)v'(x)}{v(x)^2} = \frac{4(2x-8) - (4x+1) \times 2}{(2x-8)^2} = \frac{8x - 32 - 8x - 2}{(2x-8)^2} = \frac{-34}{(2x-8)^2} < 0$$

x	$-\infty$		4		$+\infty$
$h'(x)$		$-$	$\Vert$	$-$	
$h(x)$		$\searrow$	$\Vert$	$\searrow$	

<u>Exercice 3</u> (2,5 points)

On pose : $u(x) = 5x + 1$ $\quad u'(x) = 5$ $\quad v(x) = \sqrt{x}$ $\quad v'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}}$

$$h'(x) = u'(x)v(x) + u(x)v'(x) = 5\sqrt{x} + (5x+1)\frac{1}{2\sqrt{x}} > 0$$

x	0		$+\infty$
$h'(x)$		$+$	
$h(x)$	0	$\nearrow$	